



廈門大學嘉庚學院

XIAMEN UNIVERSITY TAN KAH KEE COLLEGE

2-1 一阶逻辑基本概念

第二章 一阶逻辑背景与基础

张振



■ 经典案例：苏格拉底三段论

1. 所有人都是要死的。
 2. 苏格拉底是人。
 3. 因此，苏格拉底是要死的。
- **逻辑困境**：若视为独立的原子命题 p, q, r ，推理式 $(p \wedge q) \rightarrow r$ 并非重言式。
 - **痛点分析**：命题逻辑无法识别命题内部的“个体”（苏格拉底）与“性质”（人）。
 - **优化方案**：引入一阶逻辑，深入研究命题的内部结构。



1. 个体词 (Individual Terms)

- 个体常元：表示具体的、特定的对象。常用 a, b, c 或特定简称（如 s ）。
- 个体变元：表示抽象的、不确定的个体。常用 x, y, z 。

2. 个体域 (Individual Domain)

- 定义：个体变元 x 的取值范围，记为 D 。
- 全总个体域：宇宙间一切实体构成的全集。



练习：在苏格拉底引例中，如果我们将论域设定为 $D = \{\text{所有理智生物}\}$ 。

1. 如何用符号表示特定的“苏格拉底”？
2. 如何用符号表示这一群体中的“任意成员”？



| 参考答案：

1. 个体常元：使用 s (Socrates) 表示特定的个体。
2. 个体变元：使用 x 表示该群体中不确定的成员。
 - 结论：常元始终指向特定客体。变元 x 的取值空间随论域 D 变化。

1. 谓词 (Predicates)

- 定义：刻画客体性质或内部关系的词。
- 分类：
 - 一元谓词：表示性质。如 $P(x)$ ： x 是人。
 - n 元谓词：表示关系。如 $L(x, y)$ ： x 崇拜 y 。

2. 命题函数 (Propositional Function)

- 含有变元的谓词不是命题（真值不确定）。
- 只有当代入常元（如 $P(s)$ ）或受量词约束后才成为命题。



练习：请将引例中的状态表示为谓词形式：

1. 性质 M ：是人。
2. 性质 D ：是要死的。
3. 命题：苏格拉底是人。

“

| 参考答案：

1. 谓词定义： $M(x)$ 表示 x 是人； $D(x)$ 表示 x 是要死的。
2. 符号化：苏格拉底是人可表示为 $M(s)$ 。
 - 分析： $M(s)$ 是命题（真值为 T ），而 $M(x)$ 是命题函数。



1. 全称量词 (\forall)

- 符号: $\forall x P(x)$
- 含义: 个体域 D 内每一个个体均具性质 P 。

2. 存在量词 (\exists)

- 符号: $\exists x P(x)$
- 含义: 个体域 D 内至少存在一个个体具性质 P 。

■ 核心映射模式 (在全总域下)

符号化“所有 A 都是 B”或“有的 A 是 B”时，连接词的选型有严格区分：

1. 基本模式 A (全称搭配 \rightarrow):

- “凡是人都要死”： $\forall x(M(x) \rightarrow D(x))$

2. 基本模式 B (存在搭配 \wedge):

- “有些人还活着”： $\exists x(M(x) \wedge L(x))$

• 易错警示 (符号组合陷阱):

- **陷阱 1**: 若误写为 $\exists x(M(x) \rightarrow L(x))$ ，则只要宇宙中有一个不是人的物体 (如石头)，该命题即为荒谬的真 (空真)。
- **陷阱 2**: 若误写为 $\forall x(M(x) \wedge D(x))$ ，其含义变为“宇宙间万事万物都是人，且都要死”，这是荒诞的。



练习：基于本节学到的所有工具，将苏格拉底引例完整符号化。

1. 所有人都是要死的（设全总域）。
2. 苏格拉底是人。
3. 因此，苏格拉底是要死的。



完整解答：

1. 前提 1: $\forall x (M(x) \rightarrow D(x))$
2. 前提 2: $M(s)$
3. 结论: $D(s)$

- 破局逻辑：

我们通过个体常元 s 将“具体实例”与“全称规则”建立起了一阶逻辑关联，从而避免了命题逻辑中 p, q, r 彼此孤立的黑盒困局。



练习：设个体域为全总个体域，符号化下列命题：

1. 凡走兽都有四条腿。
2. 有些人是长寿的。
3. 每个大学生都爱学习。



| 参考答案：

1. 记 $B(x)$: x 是走兽； $F(x)$: x 有四条腿。

符号化为： $\forall x(B(x) \rightarrow F(x))$

2. 记 $M(x)$: x 是人； $L(x)$: x 是长寿的。

符号化为： $\exists x(M(x) \wedge L(x))$

3. 记 $S(x)$: x 是大学生； $A(x)$: x 爱学习。

符号化为： $\forall x(S(x) \rightarrow A(x))$



1. AI 视点：知识表示

- 逻辑基石：一阶逻辑是知识图谱 (KG) 进行自动化推理的底层协议。
- 机器理解：使 AI 从统计模型转向因果推理模型。

2. 思政微课：法治逻辑

- 普适性 (\forall)：法律面前人人平等，体现在法律条文的“全称语义”中。
- 正义公平 (\exists)：特殊照顾与因地制宜，体现在特定条款的“存在语义”中。

■ 本节重点：

- 三段式拆解：个、谓、域构成的命题黑盒解构。
- 核心模式： $\forall x(\dots \rightarrow \dots)$ 模型在符号化中的不可替代性。

■ 课后作业：

- 习题四：4.1, 4.3; 预习下节逻辑解释的判定。